

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП
9 класс

1. Натуральное число называется палиндромом, если оно не изменяется при записывании его цифр в обратном порядке (например, 626 — палиндром, а 2015 — нет). Представьте число 2015 в виде суммы двух палиндромов.

2. На доске была написана несократимая дробь. Петя уменьшил её числитель на 1, а знаменатель на 2. А Вася прибавил к числителю 1, а знаменатель оставил без изменений. Оказалось, что в результате мальчики получили одинаковые значения. Какой именно результат у них мог получиться?

3. Дима должен был попасть на станцию в 18:00. К этому времени за ним должен был приехать отец на автомобиле. Однако Дима успел на более раннюю электричку и оказался на станции в 17:05. Он не стал дожидаться отца и пошёл ему навстречу. По дороге они встретились, Дима сел в автомобиль, и они приехали домой на 10 минут раньше рассчитанного времени. С какой скоростью шёл Дима до встречи с отцом, если скорость автомобиля была 60 км/ч?

4. В подземном царстве живут гномы, предпочитающие носить либо зелёные, либо синие, либо красные кафтаны. Некоторые из них всегда лгут, а остальные всегда говорят правду. Однажды каждому из них задали четыре вопроса.

1. «Ты предпочитаешь носить зелёный кафтан?»
2. «Ты предпочитаешь носить синий кафтан?»
3. «Ты предпочитаешь носить красный кафтан?»
4. «На предыдущие вопросы ты отвечал честно?»

На первый вопрос «да» ответили 40 гномов, на второй — 50, на третий — 70, а на четвёртый — 100. Сколько честных гномов в подземном царстве?

5. В треугольнике ABC медиана, выходящая из вершины A, перпендикулярна биссектрисе угла B, а медиана, выходящая из вершины B, перпендикулярна биссектрисе угла A. Известно, что сторона $AB = 1$. Найдите периметр треугольника ABC.

6. Есть три сосуда объёмом 3 л, 4 л и 5 л без делений, кран с водой, раковина и 3 л сиропа в самом маленьком сосуде. Можно ли с помощью переливаний получить 6 л смеси воды с сиропом так, чтобы в каждом сосуде количество воды было равно количеству сиропа?